

Resumo: Investigações Matemáticas na Sala de Aula

O livro “Investigações Matemáticas na Sala de Aula” faz parte da coleção “Tendência Matemáticas”, do grupo Autêntica, que tem como objetivo auxiliar futuros professores e profissionais, visto o publicamente limitado de textos voltados à área. Trata de explicar como acontece a investigação matemática e qual seu benefício em sala de aula.

Os autores explicam que investigar não é necessariamente discutir algo difícil, mas sim, buscar explicações sobre questões diárias que podem estar confusas. É caracterizada pelo estilo conjectura-teste-demonstração. “Aprender matemática não é simplesmente compreender a matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino)”.

A realização de uma investigação é dividida em 4 partes: exploração da situação e formulação de questões, organização de dados e formulação/afirmação de conjecturas, realização de teste e reformulações e, por fim, justificção e avaliação da situação. Até que não haja a aceitação da comunidade matemática como uma demonstração válida, a investigação é apenas uma conjectura ou hipótese. É muito parecido de resolver um exercício ou problema matemático, a diferença é que, segundo Pólya, é que um exercício pode ser resolvido com os métodos que já se tem, já na investigação, o enunciado é bem mais complexo, sem um ponto de partida específico, levando até a diferentes respostas e significados.

Na sala de aula, esse conceito de investigação matemática proporciona para o aluno o agir como um matemático, apresentando resultados e participando de discussões com o professor e os colegas. O desafio para o professor é fazer um currículo equilibrado aos alunos, dando espaço também para exercícios, problemas e projetos. O mais difícil é organizar o tempo, pois a duração da investigação é improvável, visto que podem surgir muitas dúvidas, testes, etc.

Numa aula investigativa, é importante que o professor não dê dicas sobre o estudo, afinal, a interpretação do problema é um dos objetivos. A iniciativa deve partir do aluno para resolução, podendo contar com o apoio do professor.

O livro traz um exemplo, conforme imagem abaixo, que foi desenvolvido em uma turma de 7º ano, com aproximadamente 30 alunos de 12 a 13 anos, divididos em grupos.

QUADRO 2 - Explorações com números

Procure descobrir relações entre os números:

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
...

Como sempre, registre as conclusões que for obtendo.

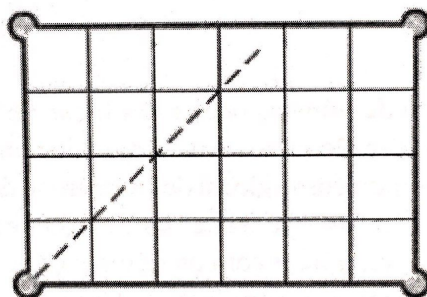
Foi a primeira atividade desse tipo desenvolvida com eles e foi necessária uma aula e meia para a sua realização. No registro de um grupo, todos se empenharam para encontrar alguma direção para os dados, colaborando com as ideias dos colegas, até chegarem em um resultado. Após isso, escreveram sua conjectura, atentando-se para que todos os detalhes estivessem escritos e que se entendesse o processo, sendo um desafio a mais para os alunos.

Dado momento, a professora precisou fazer algumas hipóteses sobre as conjecturas feitas, quando percebeu que os grupos estavam antecipando-se e deixando de lado alguns detalhes, concluindo as suas próprias conjecturas. Com mais testes os alunos conseguiram provar que algumas conjecturas eram falsas. Eles não realizavam a prova matemática, por isso foi necessária intervenção da professora para que percebessem isso. Principais dificuldades: exploração e escrita dos resultados. Nas conversas com o grande grupo, a professora teve que saber mediar as conjecturas, pois alguns alunos apareceram com ideias que fugiam do resultado que ela esperava.

O professor deve assumir uma postura interrogativa nessas aulas. É importante também que forneça aos alunos algumas informações e os lembre de outras já citadas, para que o fluxo da investigação não seja perdido. O livro apresenta exemplos de investigações numéricas, geométricas e em estatística.

Exemplos de investigações numéricas que o livro traz são a “Mesa de Snooker”, aplicada em 17 alunos do 8º ano por 2 professoras, “Quadrados em Quadrados” e o “Quadro das Potências de 2”. Esse tipo de investigação ajuda os alunos no desenvolvimento de conceitos importantes e de competências numéricas.

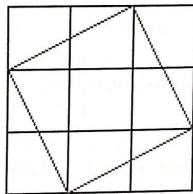
QUADRO 3 - A mesa de snooker²



QUADRO 5 - Quadrados em quadrados

Num quadrado podem-se inscrever outros quadrados. De entre estes, considera aqueles cujos vértices são pontos de interseção das quadrículas com os lados do quadrado inicial.

Na figura, você pode observar um quadrado 3 x 3, com um quadrado inscrito, nas condições descritas atrás.



1. Num quadrado como este, quantos quadrados nestas condições poderá inscrever? E em quadrados 4 x 4? E 5 x 5?

2. Com base nos quadrados que já desenhou e alargando o seu estudo a quadrados com dimensões diferentes, investigue possíveis relações entre os quadrados inscritos e o quadrado inicial.

1	2	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
	$2 + \frac{2}{2} = 3$	$4 + \frac{4}{2} = 6$	$8 + \frac{8}{2} = 12$			
		$6 + \frac{6}{2} = 9$	$12 + \frac{12}{2} = 18$			
			$18 + \frac{18}{2} = 27$			

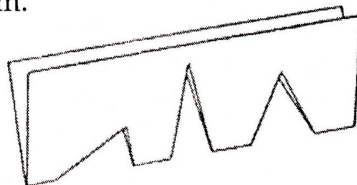
- Tente encontrar algumas regularidades entre os números que figuram: em cada linha; em cada coluna; nas diagonais.
- Na coluna que começa em 2^{10} , qual será o último número? E na coluna de 2^{20} ?

Para as aulas investigativas no estudo da geometria, o livro informa o quanto elas ajudam na percepção de aspectos essenciais da matemática, como formulação e teste de conjecturas, a relacionar situações reais e matemáticas, no desenvolvimento de capacidades, etc. O primeiro exemplo que o livro traz, conforme imagem abaixo, foi um atividade de dobragens e cortes para 17 alunos da 8ª série, divididos em grupos. A professora distribui revistas velhas para a atividade. O primeiro comando foi dobrar a folha uma vez e cortar um triângulo equilátero, um isósceles e um escaleno. Ao abrir os triângulos cortados, observaram qual forma eles tomaram e informaram como deveriam cortar para, quando aberto, formarem os 3 tipos de triângulos.

Para explorar essa tarefa, vai precisar de uma tesoura e de muito papel!

A - Uma dobragem e dois cortes

1. Numa folha de papel dobrada ao meio, corte triângulos equiláteros, isósceles e escalenos. Pegue nos pedaços de papel que obteve, desdobre-os e diga quais as formas geométricas que têm.



2. Com apenas dois cortes, e se quiser obter triângulos equiláteros, isósceles e escalenos na folha de papel, que cortes deve fazer?

Depois dessa primeira fase, a professora pediu para que dobrassem mais vezes os papéis e que preenchessem uma tabela com números de dobragens feitas e com quantos lados ficou a figura. Por fim, pediu um pequeno relatório informando as relações descobertas. A atividade durou 3 períodos, somando 150 minutos. Foi percebido que os alunos esforçaram-se para não pedir muita ajuda à professora.

Mesmo a atividade indo bem, a professor precisou fazer uma intervenção para que cuidassem com as conjecturas e fizessem mais testes. O retorno dos alunos foi muito bom, todos gostaram e acharam divertido investigar.

Outros exemplos que o livro traz para a geometria é o uso de softwares para o estudo do Teorema de Pitágoras e relações entre quadriláteros, como *Geometer's Sketchpad*, no qual é possível manipular as imagens de um jeito muito simples e ainda foge da sala da aula. Também aponta a importância de ter materiais na sala à disposição dos alunos para realizar investigações geométricas, como cubos, placas, geoplanos, transferidores, compassos, etc.

O exemplo que o livro apresenta para investigação estatística foi realizado com uma turma de 6ª série de 19 alunos e demorou aproximadamente 7 horas e meia. Os alunos foram divididos em pequenos grupos para descrever o aluno típico da turma. Durante a coleta de dados, as professoras fizeram pausas para que acontecessem discussões entre os colegas, para partilharem experiências. A primeira etapa foi discutir quais seriam os dados a serem coletados, como deviam ser divididos e se devia ser distinção de sexo. A segunda etapa foi escolher como coletar esses dados, se por observação ou questionários e, após, anotar as informações obtidas em uma tabela. Na terceira e última etapa, os alunos organizaram e apresentaram os dados que obtiveram, através de gráficos, tabela, diagramas, etc. Para finalizar a atividade, cada grupo elaborou um relatório. Nessa aula investigativa, os alunos retomaram os conceitos de média, moda e mediana. Os comentários dos alunos foram muito bons, alguns acrescentaram que a atividade superou as expectativas. As conclusões das professoras foram que os alunos conseguiram se organizar muito bem e tiveram iniciativa com o trabalho, mas deveriam ter diminuído o número de variáveis a serem coletadas, pois a atividade acabou se estendendo bastante.

A estatística vem ganhando cada vez mais espaço no ensino em escolas, visto que é possível fazer atividades interdisciplinares. Além disso, é importante pois pode ser estudada como linguagem de descrição e interpretação.

Para realizar a avaliação do aluno na aula investigativa, os autores sugerem relatórios (individuais ou em grupos), observação ou apresentação oral.

Para o relatório, deve ser passado um roteiro de como precisa ser desenvolvido, como descrição dos passos, resumir o que aprendeu da atividade e fazer um comentário sobre o mesmo. No relato dos professores, os primeiros elaborados não foram muito bem desenvolvidos, com poucas explicações e detalhes, mas ao longo do ano, os alunos conseguiram desenvolver o relatório que os professores desejavam. É importante que o professor dê uma resposta clara sobre o trabalho feito, reforçando os pontos positivos e alertando sobre o que deveriam ter feito para ficar mais completo. O livro ainda dá uma dica para os professores de já elaborarem uma tabela contendo as notas que os alunos podem tirar nos relatórios com os aspectos que classificam os níveis, para agilizar o processo de avaliação.

As investigações matemáticas aparecem no currículo por diversos países, como EUA, Portugal, França, Inglaterra, no qual o livro apresenta um breve resumo. No Brasil há bastante referência na PCN do 5ª à 8ª, publicado em 1998, aparecendo como “eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem da Matemática”. Ao elaborar o cronograma do ano letivo, o professor deve sempre ter cuidado com o tempo que as investigações tomam, para que não deixe de lado atividades diferentes. O livro ressalta que é importante instigar os alunos durante todas as aulas, nas explicações dos conteúdos. Também devem lembrar que as primeiras experiências desse tipo com a turma serão mais complicadas e tendem a ocupar mais tempo do que o planejado, mas depois que os alunos entenderem o processo, essas aulas podem ser muito divertidas e os alunos estarão mais interessados pela Matemática. Com as experiências realizadas em sala de aula, percebeu-se um grande entusiasmo pelos alunos.

O livro se apresenta de maneira bem clara, com uma linguagem fácil de compreender e bem dividido em capítulos. É uma ótima opção para os iniciantes pois possui várias exemplos simples para serem colocados em prática na sala de aula, além de ter uma aula inteira registrada no segundo capítulo, que serve de guia.