

OFICINA DE GEOMETRIA PLANA

Público alvo: Alunos do 8º e 9º ano da Escola Municipal de Ensino Médio Alfredo Aveline.

Conteúdo: Geometria Plana (noções primitivas, segmentos de retas, ângulos, triângulos, polígonos, quadriláteros).

Metodologia: Apresentaremos a oficina de geometria plana com o auxílio das ferramentas power point e geogebra (para demonstração de área dos polígonos), com o intuito de aprofundar o conteúdo e instigar os alunos. Serão realizadas atividades de fixação e atividades que os ajudem a entender a geometria de um jeito mais concreto.

Materiais utilizados: barbante, canudo, tesoura, régua, revistas.

Resultados: No primeiro dia, em 30/05/2019, com oito alunos presentes (Anexo I), havíamos nos programado para passar os três primeiros conteúdos, porém, com atrasos devido ao deslocamento à sala e ajustes ao aparelho de vídeo, acabamos passando apenas Noções Primitivas e Ângulos. Apesar dos alunos não lembrarem dos conceitos, conseguiram acompanhar as explicações com facilidade, interagindo bastante conosco e mostrando interesse. Percebemos, ao longo da aula, que além da dificuldade nessa área, apresentaram problemas com interpretação de texto, equações de primeiro grau e regra de três.

Na segunda aula, em 06/06/2019, com oito alunos presentes (Anexo II), retomamos com as dúvidas apresentadas na aula passada explicando de uma forma mais clara.

No último encontro, realizado em 27/06/2019, com três alunas presentes (Anexo III), observamos a busca e o interesse por conhecimento por parte das alunas, estavam motivados e interessados no transcorrer da aula, na hora de realizar atividades do ENEM, demonstraram insegurança devido ao grande enunciado, após lermos juntas elas conseguiram desenvolver as questões.

Questionário pré-oficina

1. De qual turma você é? _____
2. Indique quanto vale o ângulo reto: 90° _____
3. Indique qual é o valor da soma dos ângulos externos de um pentágono: 360° _____
4. Em um triângulo ABC, o ângulo A mede 50° e o C mede 60° . Qual valor do ângulo B?

- a) 60° b) **70°** c) 50° d) 45°

5. O que é um ângulo agudo?

- a) Maior que 90° **b) Menor que 90°** c) Igual a 90° d) Nenhuma das alternativas

6. O que é um ângulo obtuso?

- a) **Maior que 90°** b) Menor que 90° c) Igual a 90° d) Nenhuma das alternativas

7. O que é um ângulo reto?

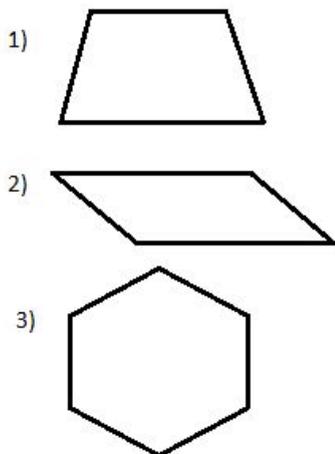
- a) Maior que 90° b) Menor que 90° **c) Igual a 90°** d) Nenhuma das alternativas

8. O ângulo formado pelo ponteiro da hora e do minuto em um relógio que marca 6h mede:

- a) 45° b) 90° c) 135° **d) 180°**

9. Relacione as colunas:

10. Assinale o retângulo:



(3) Hexágono

(2) Paralelogramo

(1) Trapézio



(x)



(x)

*No final da oficina será entregue o mesmo questionário, para ser feita a comparação, e será pedida a opinião deles sobre a atividade.

Conteúdos dos Slides:

NOÇÕES PRIMITIVAS

As noções (conceitos) são ditas primitivas quando não necessitam de definição, simplesmente são tidas como verdade. São eles: ponto, reta e plano.

PONTO



RETA



PLANO



POSIÇÃO RELATIVA ENTRE DOIS PONTOS

Coincidentes
 $A = B$

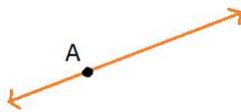


Distintos
 $A \neq B$

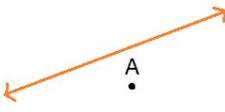


POSIÇÃO RELATIVA ENTRE PONTO E RETA

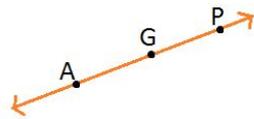
• Ponto pertencente à reta:



• Ponto não pertencente à reta:

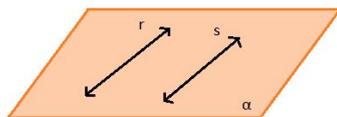


• Pontos colineares:

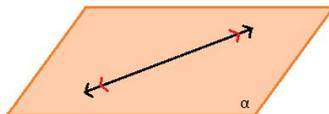


POSIÇÃO ENTRE RETAS:

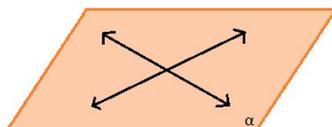
- Paralelas
- Coplanares



- Coincidentes
- Coplanares



- Concorrentes
- Coplanares



Responda com V ou F:

(F) Três pontos distintos são sempre colineares

- (V) Três pontos distintos são sempre coplanares
- (F) Quatro pontos todos distintos determinam duas retas
- (V) Por quatro pontos todos distintos pode passar uma só reta
- (F) Três pontos pertencentes a um plano são sempre colineares

SEGMENTOS DE RETAS

Conceitos:

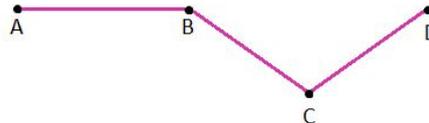
•Reta: ilimitada nos dois sentidos: 

•Segmento de Reta: limitado por dois pontos da reta: 

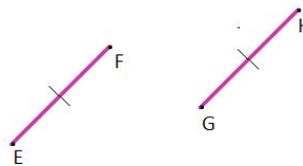
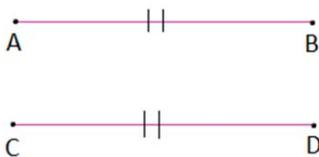
•Semirreta: possui origem e é ilimitada no outro sentido: 

- Em uma reta há infinitos pontos;
- Em um ponto passam infinitas retas;

•Segmentos consecutivos e colineares:



•Segmentos congruentes:



PONTO MÉDIO:

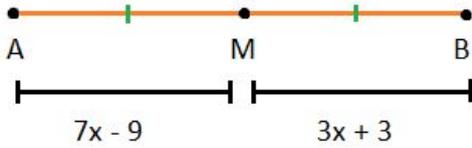
M é ponto médio se está entre A e B e se a distância entre A e M é igual a M e B.



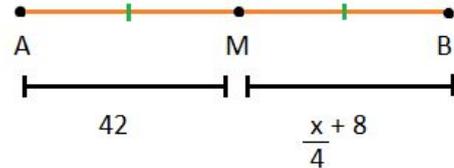
$$AM \equiv MB$$

Exemplos:

1 - Determine x , sendo M ponto médio de AB .



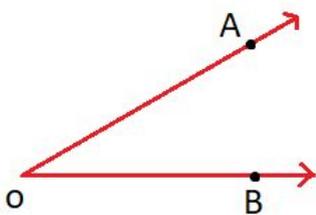
$$\begin{aligned} 7x - 9 &= 3x + 3 \\ 7x - 3x &= 3 + 9 \\ 4x &= 12 \\ x &= 3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x/4 + 8 &= 42 \\ x/4 &= 42 - 8 \\ x/4 &= 34 \\ x &= 34 \cdot 4 \\ x &= 136 \end{aligned}$$

ÂNGULOS:

Conceito: O ângulo é a união de duas semirretas.



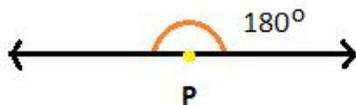
O ângulo $A\hat{O}B$ é a união das das semirretas OA e OB .

MEDIDAS: Existem três unidade de medida para o ângulo: Grau, Radiano e Grado.

$$180^\circ = \pi \text{ rad} = 200 \text{ gr}$$

Tipos de ângulos

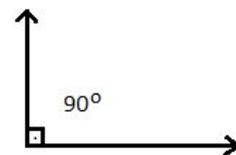
Raso



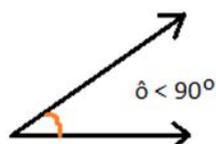
Nulo



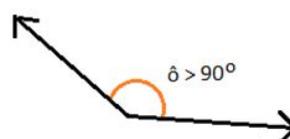
Reto



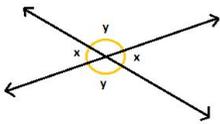
Agudo



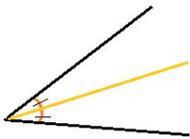
Obtuso



- Ângulos complementares = soma é 90°
- Ângulos suplementares = soma é 180°
- Ângulos congruentes = têm a mesma medida
- Ângulos opostos pelo vértice = têm a mesma medida

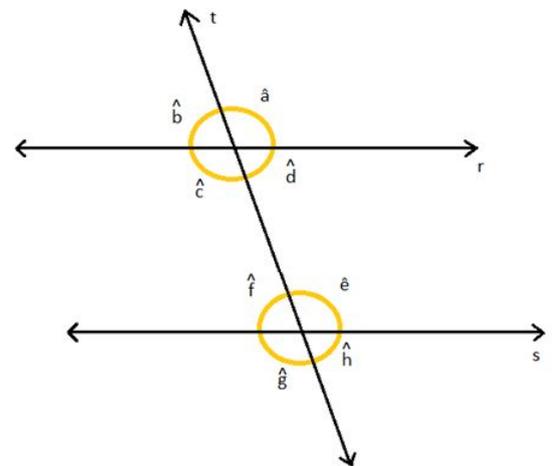


- Bissetriz interna = reta que divide o ângulo em duas partes iguais



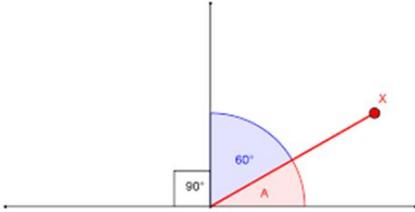
Retas Paralelas interceptadas por uma transversal:

- Correspondentes: (a,e), (b,f), (c,g), (d,h);
- Alternos internos: (d,f), (c,e);
- Alternos externos: (a,g), (b,h);
- Colaterais internos: (d,e), (c,f);
- Colaterais externos: (a,h);
- Opostos: (a,c), (b,d), (e,g),(f,h).



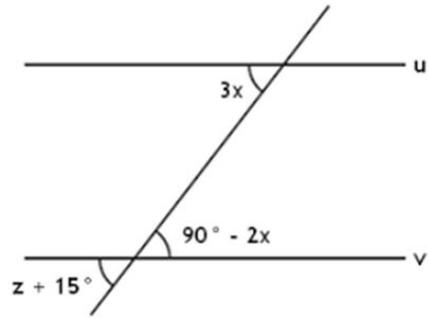
Exemplos:

- 1 - Determinar o valor do ângulos abaixo:



$$90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$A = 30^\circ$$

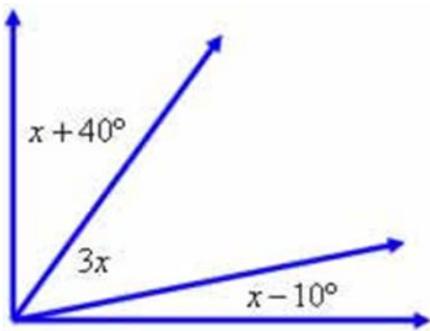


$$3x = 90^\circ - 2x \quad 90^\circ - 2 \cdot 18^\circ = 54^\circ \quad z + 15^\circ = 54^\circ$$

$$3x + 2x = 90^\circ \quad z = 39^\circ$$

$$5x = 90^\circ$$

$$x = 18^\circ$$



$$x + 40^\circ + 3x + x = 90^\circ$$

$$5x + 30^\circ = 90^\circ$$

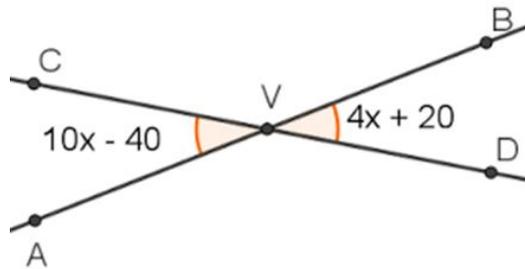
$$5x = 60^\circ$$

$$x = 12^\circ$$

$$1^\circ = 52^\circ$$

$$2^\circ = 36^\circ$$

$$3^\circ = 2^\circ$$



$$10x - 40^\circ = 4x + 20^\circ$$

$$10x - 4x = 20^\circ + 40^\circ$$

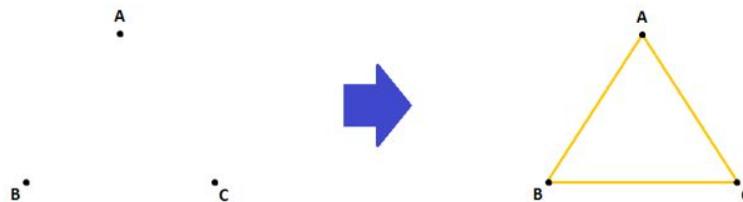
$$6x = 60^\circ$$

$$x = 10^\circ$$

$$10x - 40^\circ = 10 \cdot 10 - 40^\circ = 60^\circ$$

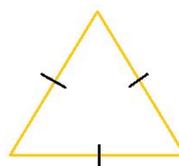
TRIÂNGULOS

Definição: É a união dos segmentos de três pontos distintos não colineares.



Classificação dos triângulos **quanto aos lados**:

Equilátero: todos os lados congruentes;



Isóscele: dois lados congruentes;

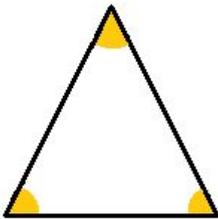


Escaleno: nenhum lado é congruente;

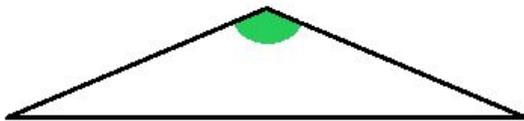


Classificação dos triângulos **quanto aos ângulos:**

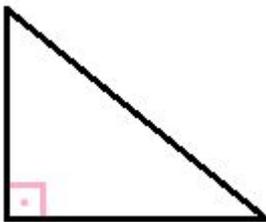
Acutângulo: os três ângulos internos são agudos ($\hat{o} < 90^\circ$);



Obtusângulo: um ângulo interno é obtuso ($\hat{o} > 90^\circ$) e os outros dois são agudos;



Retângulo: um ângulo interno é reto (90°) e os outros agudos.

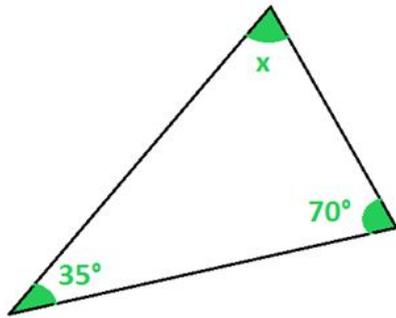


Soma dos seu ângulos internos: **180°**

Soma dos seus ângulos externos: **360°** .

Exemplos:

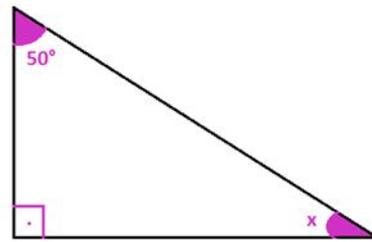
1 - Nas figuras abaixo, calcule o valor de x:



$$70^\circ + 35^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 105^\circ$$

$$x = 75^\circ$$

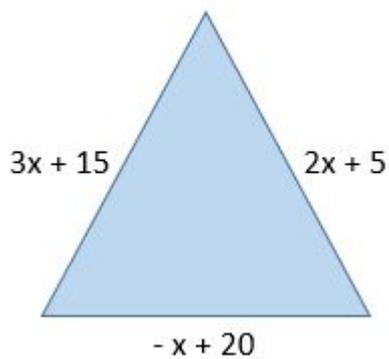


$$90^\circ + 50^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180 - 140^\circ$$

$$x = 40^\circ$$

2. Determine o valor de x do triângulo equilátero cujo perímetro é igual a 140.



$$3x + 15^\circ + 2x + 5^\circ - x + 20^\circ = 140^\circ$$

$$4x = 140^\circ - 40^\circ$$

$$4x = 100^\circ$$

$$x = 25^\circ$$

3. Um triângulo isósceles tem um dos ângulos internos iguais a 100° . Qual é o valor do menor ângulo desse triângulo?

$$100^\circ + 2x = 180^\circ$$

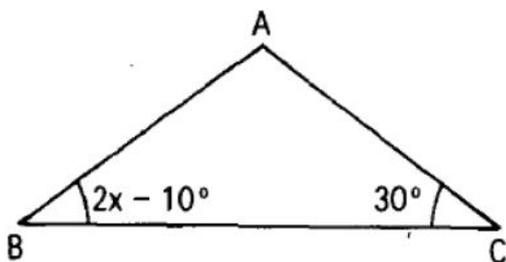
$$2x = 180^\circ - 100^\circ$$

$$2x = 80^\circ$$

$$x = 40^\circ$$

Cada ângulo da base vale 40°

4. Se o $\triangle ABC$ é isósceles de base BC , determine x :



$$2x - 10^\circ = 30^\circ$$

$$2x = 40^\circ$$

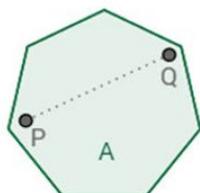
$$x = 20^\circ$$

POLÍGONOS

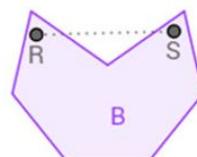
Conceito: •figuras fechadas formadas por segmentos de reta e são caracterizados pelos seguintes elementos: ângulos, vértices, diagonais e lados.



Classificação:



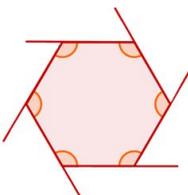
CONVEXO



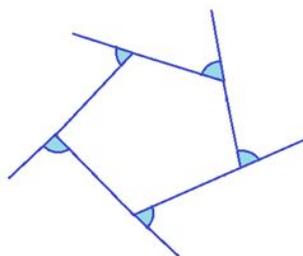
CÔNCAVO

ÂNGULOS DOS POLÍGONOS

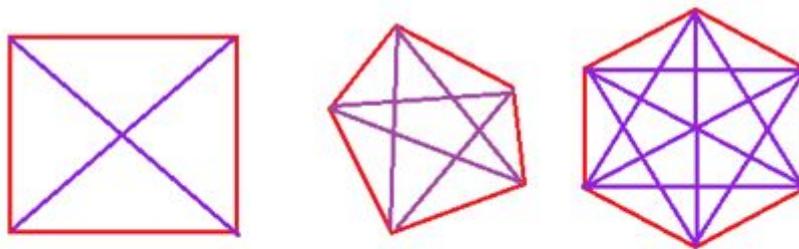
• Internos: a soma deles é sempre $(n - 2) \cdot 180^\circ$, na qual n é o número de lados do polígono.



• Externos: a soma dos ângulos externos é sempre 360° .

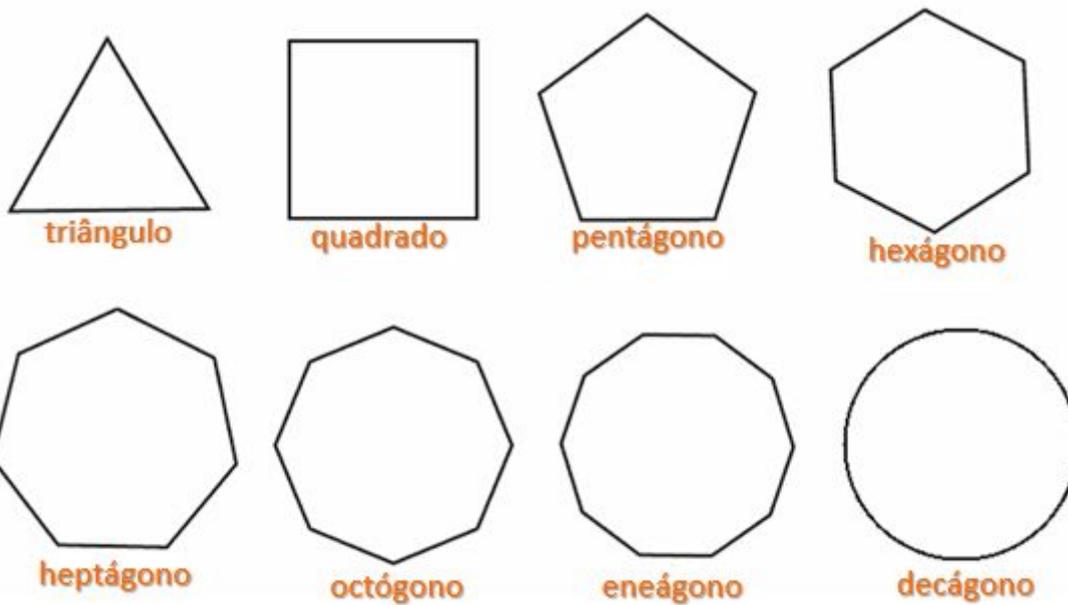


Diagonal do Polígono: segmentos que une dois vértices **não consecutivos**.



$$d = \frac{n(n - 3)}{2}$$

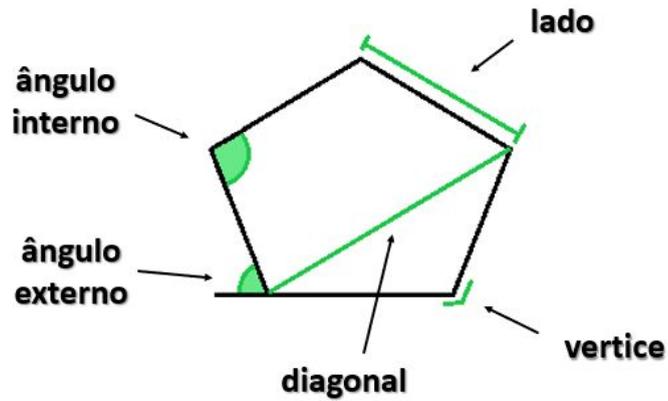
Polígono Regular: Polígono que tem todos os seus **lados e ângulos iguais**.



Nomenclatura:

Número de lados	Nome	Número de lados	Nome
3	Triângulo	10	Decágono
4	Quadrado	11	Undecágono
5	Pentágono	12	Dodecágono
6	Hexágono	15	Pentadecágono
7	Heptágono	20	Icoságono
8	Octógono	30	Tricontágono
9	Eneágono	40	tetracontágono

ELEMENTOS DO POLÍGONO



Exemplos:

1. Calcular a soma dos ângulos internos de um dodecágono.

dodecágono = 12

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

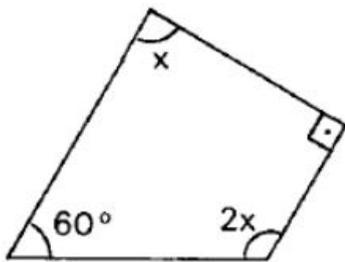
$$S = 10 \cdot 180^\circ$$

$$S = 1800^\circ$$

2. Determine qual é o polígono cuja a soma dos ângulos internos vale 1800° .

$S = 1800^\circ \rightarrow$ dodecágono (questão anterior)

3. Determinar o valor de x :



$$4 \text{ lados} \Rightarrow S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S = 2 \cdot 180^\circ$$

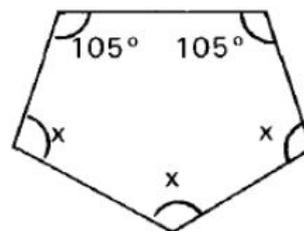
$$S = 360^\circ$$

$$x + 90^\circ + 2x + 60^\circ = 360^\circ$$

$$3x = 360^\circ - 150^\circ$$

$$3x = 210^\circ$$

$$x = 70^\circ$$



$$5 \text{ lados} \Rightarrow S = (5 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$S = 540^\circ$$

$$105^\circ + 105^\circ + 3x = 540^\circ$$

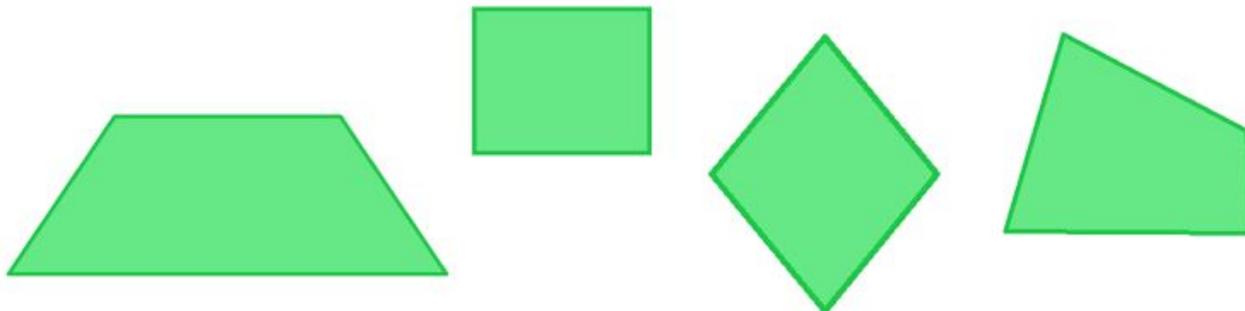
$$3x = 540^\circ - 210^\circ$$

$$3x = 330^\circ$$

$$x = 110^\circ$$

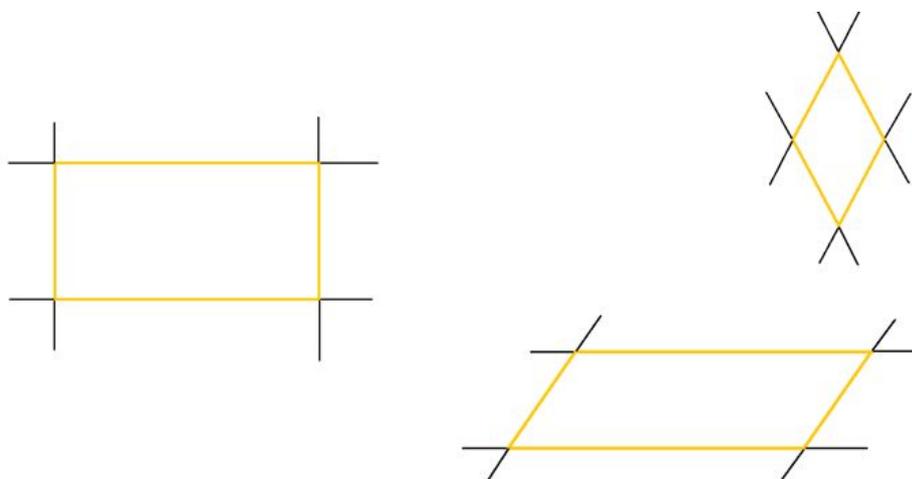
QUADRILÁTEROS:

Conceito: Quadriláteros são figuras geométricas planas que possuem quatro lados.



Classificação:

- **Paralelogramos** são quadrilátero nos quais dois lados opostos são paralelos e congruentes.



Em todo paralelogramo dois ângulos opostos são congruentes (medidas iguais) e dois ângulos não-opostos são suplementares.

CARACTERÍSTICAS:

- Um quadrilátero é um paralelogramo se, e somente se, os lados opostos são congruentes;
- Num paralelogramo, os ângulos consecutivos são suplementares;
- Num paralelogramo os ângulos opostos são congruentes;

- Se dois lados de um quadrilátero são paralelos e congruentes, então o quadrilátero é um paralelogramo;
- No paralelogramo, as diagonais interceptam-se em seu ponto médio.

- **Trapézios:** são quadriláteros que têm dois lados paralelos. ($r//s$)

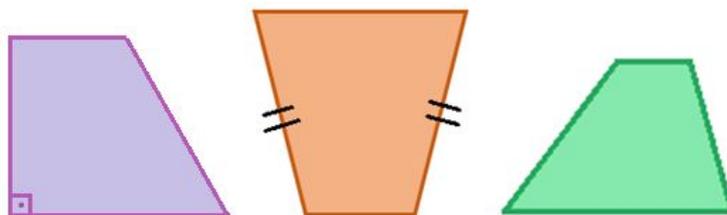


TIPOS DE TRAPÉZIOS

Trapézio Retângulo: possui dois ângulos retos;

Trapézio Isósceles: possui lados transversais congruentes;

Trapézio Escaleno: nenhum lado é congruente.



Características dos quadriláteros

- Observe que um paralelogramo é um trapézio;
- Losangos são paralelogramos com lados congruentes;
- Retângulos são paralelogramos com ângulos congruentes (e retos);
- Quadrados são retângulos com lados congruentes.

Retângulo:

As diagonais de um retângulo são congruentes.

Losangos:

Num losango, as diagonais são perpendiculares.

Quadriláteros:

Dado um quadrilátero qualquer, os pontos médios de seus lados são vértices de um paralelogramo.

Exemplos:

1. Se um dos ângulos internos de um trapézio isósceles mede 66° , quanto medem os outros três ângulos internos?

$$S = 2 \cdot 180^\circ$$

$$S = 360^\circ$$

$$66^\circ \cdot 2 = 132$$

$$132^\circ + 20x = 360^\circ$$

$$2x = 228/2$$

$$x = 114^\circ$$

ângulos agudos = 66°

ângulos obtusos = 114°

2. Determine os ângulos dos paralelogramos abaixo:



$$3x + 22^\circ = 5x$$

$$3x - 5x = -22^\circ$$

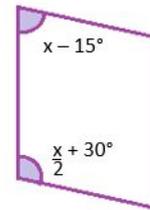
$$-2x = -22^\circ$$

$$x = 11^\circ$$

$$5x \Rightarrow 5 \cdot 11^\circ \Rightarrow 55^\circ \text{ ângulos agudos}$$

$$360^\circ - 110^\circ = 250^\circ / 2 \Rightarrow 125^\circ$$

ângulos obtusos



$$x/2 + 30^\circ + x - 15^\circ = 180^\circ$$

$$x/2 + x = 180^\circ - 15^\circ$$

$$(x + 2x)/2 = 165^\circ$$

$$3x = 330^\circ$$

$$x = 11^\circ$$

Agudos $\Rightarrow 85^\circ$
Obtusos $\Rightarrow 95^\circ$

Responda sobre o quadrado:

- Quantos lados tem? **4**
- Quantos vértices? **4**
- Quantas diagonais? **2**
- É um polígono regular? **Sim**
- Qual é a soma das medidas dos ângulos internos? **$(n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$**
- As diagonais são congruentes? **Sim**

Atividades:

Atividade 1: Construção de triângulos (utilizando barbante, tesoura, régua e canudos)

Primeiro passo:

- Construa um triângulo com três canudos de mesmo comprimento. Que tipo de triângulo você construiu?
- Corte três canudos nos comprimentos adequados para construir um triângulo isósceles acutângulo.

- 3) Escolha três canudos que formem um triângulo escaleno.
- 4) Escolha três canudos que formem um triângulo retângulo.

Segundo passo: Condição de existência de triângulos.

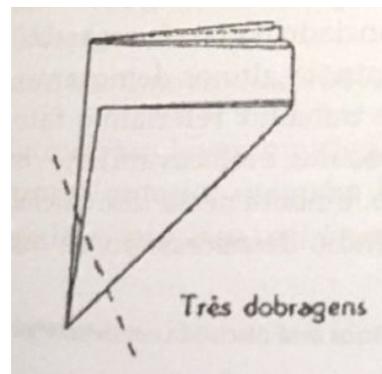
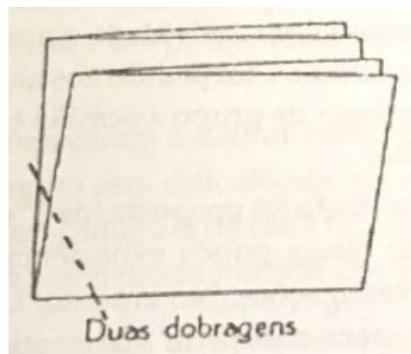
- 1) Construa um triângulo com canudos medindo 8 cm, 5 cm e 4 cm.
- 2) Construa um triângulo com lados medindo 9 cm, 5 cm e 4 cm. O que acontece neste caso?
- 3) É possível construir um triângulo com canudos medindo 9 cm, 5 cm e 3 cm?

Atividades:

2 - Dobragens e cortes (utilizando papel e tesoura)

A) Uma dobragem e dois cortes: Numa folha de papel dobrada ao meio, corte triângulos **equiláteros**, **isósceles** e **escaleno**. Pegue os triângulos cortados e desdobre a folha. Quais as formas obtidas?

Fazendo apenas dois cortes, e se quiser obter triângulos **equiláteros**, **isósceles** e **escaleno** na folha de papel, quais cortes você deve fazer?

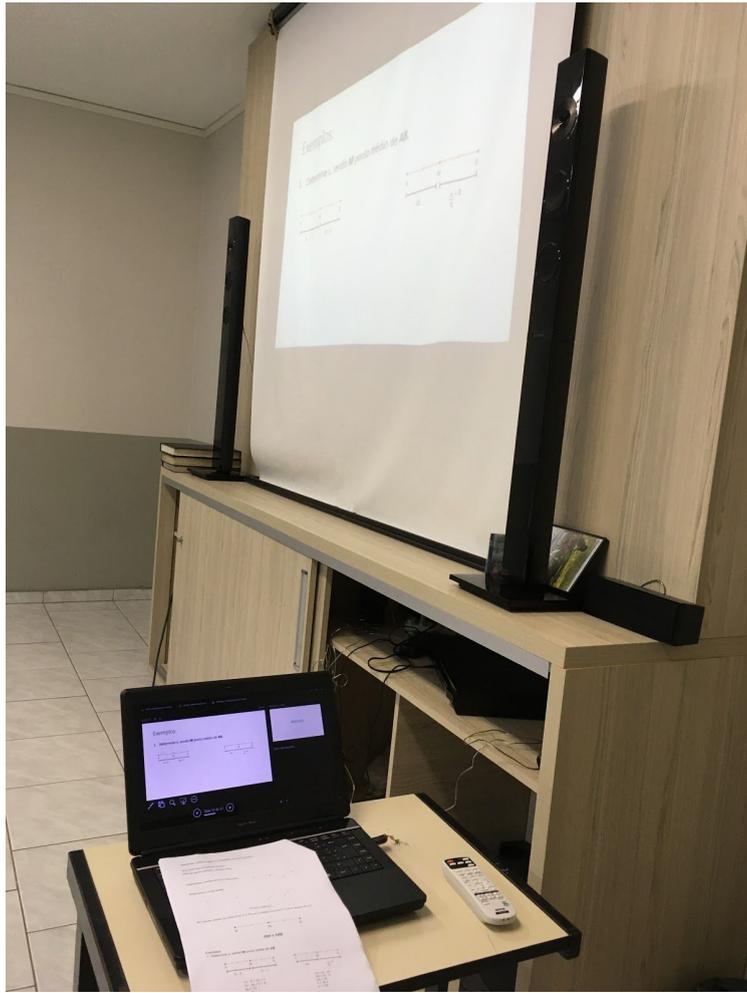


B) Fazendo o mesmo tipo de dobragem, preencha a tabela conforme o nº de dobragens e faça as conclusões sobre elas.

nº de dobragens	nº máximo de lados/nome do polígono
2	4 lados => quadrado
3	8 lados => octógono
4	16 lados => hexadecágono
5	32 lados => dotriacontágono

Conclusão: O número máximo é igual a 2^n , no qual n é o número de dobragens.

Anexo I



Anexo II



Anexo III

